

**CLASE 11: RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS**

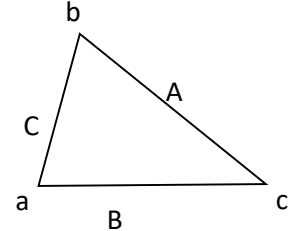
En esta clase veremos cómo calcular lados o ángulos desconocidos cuando se trata de un triángulo que no sea rectángulo. En dicho caso se lo llama **oblicuángulo** (puede ser **obtusángulo** o **acutángulo**).

Para resolver este tipo de triángulos se utilizan el **Teorema del Seno** y el **Teorema del Coseno**.

**TEOREMA DEL SENO:** En todo triángulo los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

En símbolos:

$$\frac{A}{\sin \hat{a}} = \frac{B}{\sin \hat{b}} = \frac{C}{\sin \hat{c}}$$



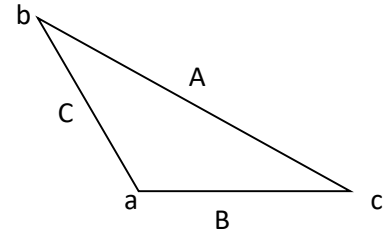
Aplicaciones: Este teorema se utiliza cuando conocemos:

- 2 ángulos y un lado.
- 2 lados y un ángulo opuesto a uno de ellos

**TEOREMA DEL COSENO:** En todo triángulo, el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble producto de estos lados por el coseno del ángulo comprendido.

En símbolos:

$$\begin{aligned} A^2 &= B^2 + C^2 - 2 \cdot B \cdot C \cdot \cos \hat{a} \\ B^2 &= A^2 + C^2 - 2 \cdot A \cdot C \cdot \cos \hat{b} \\ C^2 &= A^2 + B^2 - 2 \cdot A \cdot B \cdot \cos \hat{c} \end{aligned}$$



Aplicaciones: este teorema se utiliza cuando conocemos:

- dos lados y el ángulo comprendido.
- los tres lados del triángulo.

También es muy utilizada en estos problemas la propiedad de los ángulos interiores de un triángulo. Recordemos que “*En todo triángulo, la suma de los ángulos interiores es igual a 180°*”

**Observación:** Para resolver triángulos oblicuángulos es necesario **conocer por lo menos tres elementos** del mismo. En estos problemas es importante:

- realizar un esquema de la figura ubicando datos e incógnitas, nombrándolas si es necesario.
- analizar en cuál de los teoremas (seno o coseno) debes basarte para la resolución.
- tener presente la propiedad de los ángulos interiores de un triángulo.
- recordar que los ángulos alternos internos entre paralelas son congruentes.

**ACTIVIDADES:**

1) Observa los siguientes videos que te ayudarán a resolver los problemas:

<https://youtu.be/7t3UPBB845k> (teorema del seno)

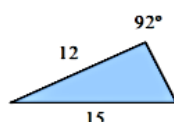
[https://youtu.be/Wkotp\\_ApzD0](https://youtu.be/Wkotp_ApzD0) (teorema del coseno)

2) Resuelve los siguientes triángulos, calculando el valor de todos los lados y ángulos desconocidos:

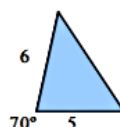
a)



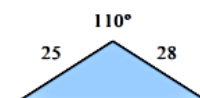
b)



c)

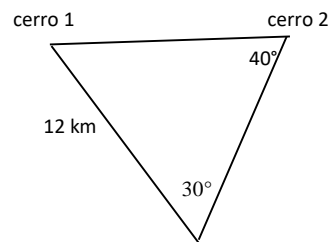


d)

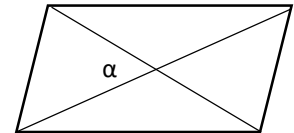


3) Analiza las siguientes situaciones problemáticas, plantea y resuelve:

a) Calcula la distancia entre los dos cerros con los datos de las mediciones efectuadas, según muestra el esquema

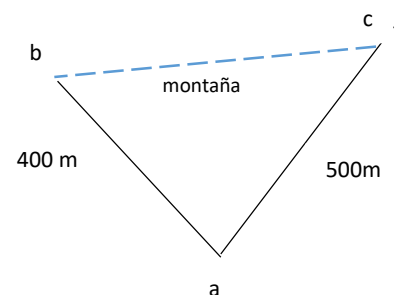


b) Las diagonales de un paralelogramo **abcd** miden 10 cm y 12 cm respectivamente y se cortan en el punto **o**. El ángulo agudo  $\alpha$  que forman entre sí es de  $48^\circ 15'$ . Calcular los lados del paralelogramo.

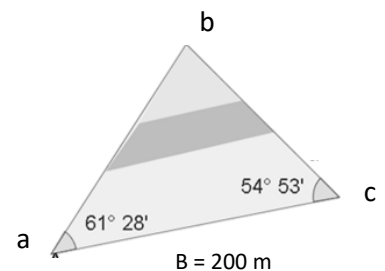


c) Se desea construir un túnel para que una autopista pase por debajo de una montaña (y así unir los puntos **b** y **c**). Con un teodolito se tomaron desde el punto **a**, las medidas que se ven en el esquema de la derecha.

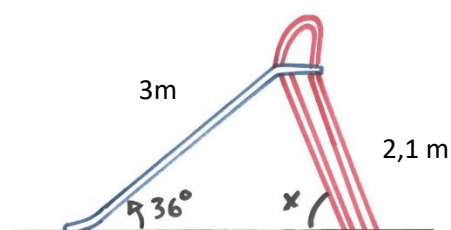
Si  $\hat{a} = 75^\circ 38'$ , calcula la longitud **bc** que tendrá el túnel



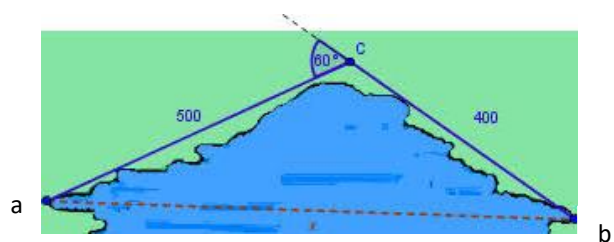
d) Calcula la distancia que separa el punto **a** del punto inaccesible **b**.



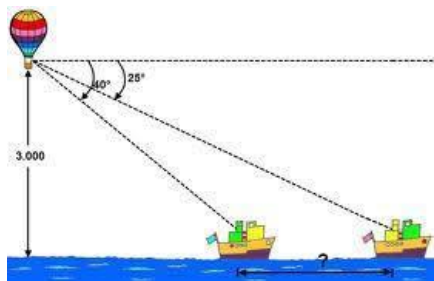
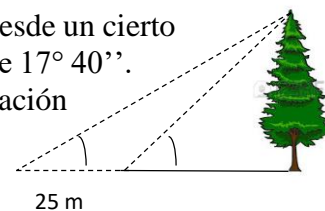
e) ¿Qué ángulo forma la escalera del tobogán con la horizontal?



f) Calcula la distancia entre los puntos **a** y **b** según los datos de la figura

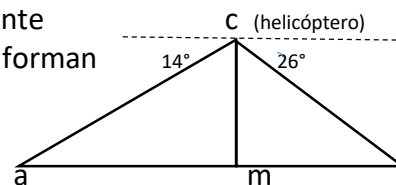


g) Un árbol está situado en la orilla de un río. El extremo superior del árbol, desde un cierto punto (ubicado en la otra margen del río), determina un ángulo de elevación de  $17^\circ 40''$ . Si 25 m delante de dicho punto y acercándose hacia al árbol, el ángulo de elevación es de  $35^\circ 20''$  ¿cuál es la altura del árbol?



h) Calcula la distancia entre los dos barcos teniendo en cuenta los datos de la figura.

i) Un helicóptero viaja desde una ciudad **a** hacia otra ciudad **b** distante 40 km. En un determinado momento los ángulos de depresión que forman las visuales desde el helicóptero hacia las ciudades son de  $14^\circ$  y  $26^\circ$  respectivamente. Calcula:  
i-1) la distancia entre el helicóptero y cada una de las ciudades,  
i-2) a qué altura vuela el helicóptero.



j) En una plazoleta de forma triangular (ningún ángulo es recto), los lados miden 75m, 50m y 100m ¿qué ángulos se forman en las esquinas de la misma? ¿Qué tipo de triángulo forma la plazoleta?

k) Desde un acantilado se ve un barco. El ángulo que forma la visual con la vertical del lugar es de  $37^\circ$ . Cuando el barco se aleja 200 m más, desde el acantilado la visual y la vertical forman un ángulo de  $52^\circ$ .

a) ¿Cuál es la altura del acantilado?

b) ¿A qué distancia del acantilado se encontraba el barco originalmente?