HIDRODINÁMICA.

Es la parte de la Física que estudia las propiedades y comportamiento de los líquidos en movimiento.

Líquido ideal es aquel que una vez puesto en movimiento no pierde energía mecánica. No existen fuerzas de rozamiento que se opongan a su desplazamiento.

Líquido real es aquel en el que, al existir fuerzas de rozamiento, la energía mecánica no se conserva pues parte de ella se disipa en forma de calor.

Aunque los líquidos no son ideales, el modelo del fluido ideal es una buena aproximación para el estudio del comportamiento mecánico de líquidos en circulación.

TIPOS DE MOVIMIENTO DE UN FLUIDO.

Línea de corriente es la trayectoria descripta por las partículas de líquido en movimiento.

Régimen laminar Régimen turbulento

Laminar: las capas vecinas de fluido se deslizan entre si suavemente en forma ordenada, siguiendo líneas de corriente que no se mezclan y en las que la velocidad, vector tangente a la trayectoria de cada partícula de líquido, está totalmente determinada.

Turbulento: existen remolinos o vórtices, por lo que las líneas de corriente se entrecruzan y la velocidad de cada partícula de fluido no puede ser predicha y de hecho se indetermina.

PROPIEDADES APLICABLES A UN FLUIDO EN CIRCULACIÓN.

Caudal (Q): volumen de fluido que circula en la unidad de tiempo.

$Q = V / \Delta t = A \times v$ Unidades: m^3 / s, cm^3 / s, ml / min, l / h.

Velocidad (v): longitud recorrida (X) por el fluido circulante en la unidad de tiempo.

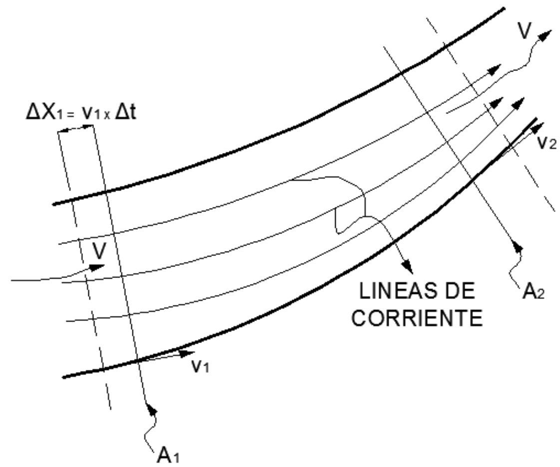
$v = \Delta X / \Delta t$ Unidades: m / s, cm / s, km / h.

RELACIÓN EXISTENTE ENTRE ESTAS PROPIEDADES.

En el tubo de flujo esquematizado, toda la masa de fluido que entra a la vena fluida por un extremo sale por el otro extremo, es decir que entre las dos áreas transversales indicadas (A_1 y A_2), no hay acumulación ni salida de masa.

En un dado Δt un volumen V de fluido ha atravesado el área A_1 y el mismo volumen ha atravesado el área A_2.

Además, el fluido ha avanzado una longitud $\Delta X_1 = v_1 \times \Delta t$ a nivel de A_1 y, a nivel de A_2, $\Delta X_2 = v_2 \times \Delta t$.



TUBO DE FLUJO

Entonces:

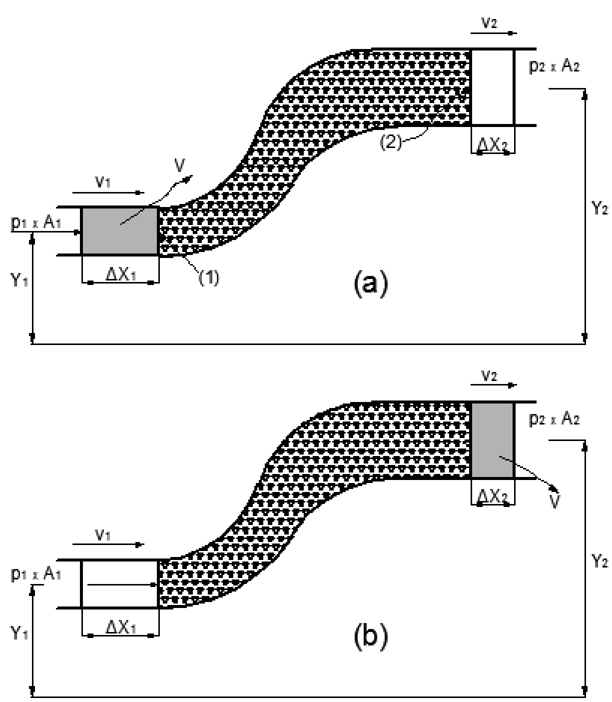
$V = \Delta X_1 \times A_1 = v_1 \times \Delta t \times A_1 = v_2 \times \Delta t \times A_2 \Rightarrow$

$$\boxed{v_1 \times A_1 = v_2 \times A_2 = cte}$$ ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

En consecuencia, a menor sección transversal mayor es la velocidad del fluido.

TEOREMA DE BERNOULLI.

Conservación de la energía mecánica de un fluido en movimiento.



El trabajo para introducir un volumen V dentro de la vena fluida viene dado por:

$$W_1 = p_1 \times A_1 \times \Delta l_1 = p_1 \times V$$

Dado que el volumen V considerado (izquierda de a), ingresa con una velocidad v_1, el sistema recibe una energía cinética (Ec) dada por:

$$Ec_1 = 1 / 2 \times m \times v_1^2$$

En virtud de su posición en el espacio ese volumen V posee una energía potencial gravitatoria (Ep) dada por:

$$Ep_1 = m \times g \times y_1$$

La energía mecánica total Em que recibe el sistema vena fluida desde el extremo izquierdo (1) es entonces:

$$Em = p_1 \times V + 1 / 2 \times m \times v_1^2 + m \times g \times y_1$$

Dado que entre el extremo izquierdo (1) y el derecho (2) no hay acumulación ni salida de fluido y que el fluido es incompresible (δ constante) e ideal (no existe disipación de la energía mecánica por rozamiento), la energía mecánica que ingresa al sistema por la parte izquierda (1) debe ser igual a la que egresa de la vena fluida por la derecha (2):

$$p_1 \times V + 1 / 2 \times m \times v_1^2 + m \times g \times y_1 = p_2 \times V + 1 / 2 \times m \times v_2^2 + m \times g \times y_2 = \text{cte.}$$

Siendo (1) y (2) dos puntos cualesquiera de la vena fluida:

$$p \times V + 1 / 2 \times m \times v^2 + m \times g \times y = \text{cte.}$$

o, expresado en presión:

$$p + 1 / 2 \times \rho \times v^2 + \rho \times g \times y = \text{cte. (Ec. de Bernoulli)}$$

Energía de presión + Energía cinética + Energía potencial = cte

Ecuación del Teorema de Bernoulli.

$$\boxed{p_1 + 1/2 \times \rho \times v_1^2 + \rho \times g \times y_1 = p_2 + 1/2 \times \rho \times v_2^2 + \rho \times g \times y_2}$$

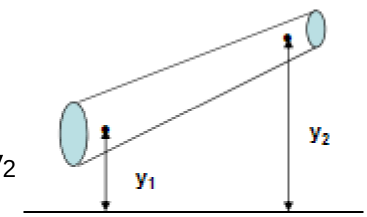
$$\delta = \rho \times g$$

$$\boxed{p_1/\delta + v_1^2/(2 \times g) + y_1 = p_2/\delta + v_2^2/(2 \times g) + y_2}$$

Casos particulares de aplicación del Teorema de Bernoulli.

- Líquido en reposo:

$v_1 = v_2 = 0$



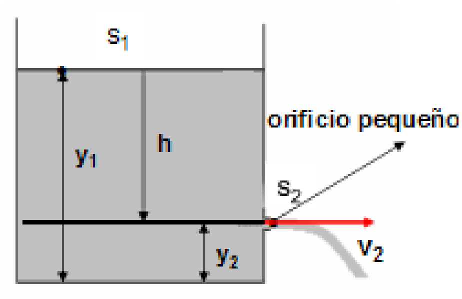
$p_1 + 1/2 \cancel{\times \rho} \times v_1^2 + \rho \times g \times y_1 = p_2 + 1/2 \cancel{\times \rho} \times v_2^2 + \rho \times g \times y_2$

$p_1 - p_2 = \rho \times g \times (y_2 - y_1)$ Teorema general de la hidrostática

Como $y_2 > y_1 \Rightarrow p_1 > p_2$, o sea que la presión depende de la profundidad.
El punto que se encuentra a mayor profundidad (el 1) soporta mayor presión.

- Teorema de Torricelli:

$s_1 >> s_2 \Rightarrow v_2 >> v_1 \cong 0$, además $p_1 = p_{atm} = p_2$ por estar ambos en contacto con la atmósfera.

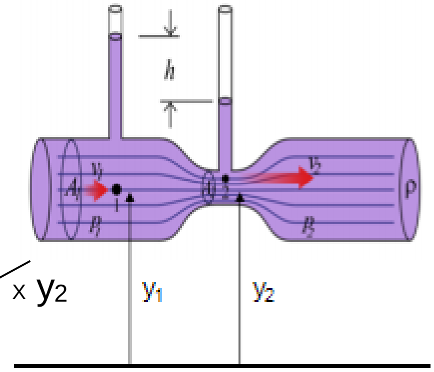


$\cancel{p_{atm}} + \rho \times g \times y_1 = \cancel{p_{atm}} + 1/2 \times \rho \times v_2^2 + \rho \times g \times y_2$

$\Rightarrow v_2^2 = 2 \times \rho \times g \times (y_1 - y_2) / \rho = 2 \times g \times h$

$v_2 = \sqrt{2 \times g \times h}$ (Teorema de Torricelli) es decir que la velocidad de salida desde tanque (v_2) es igual a la que adquiriría un cuerpo en caída libre desde una altura h partiendo del reposo. A < h $\Rightarrow$ < v.

- Efecto Venturi: cambio de presión lateral por cambio en la sección de la vena fluida.



$A_1 > A_2 \Rightarrow v_1 < v_2$ (por continuidad)

Aplicando el Teorema de Bernoulli: como $y_1 = y_2$

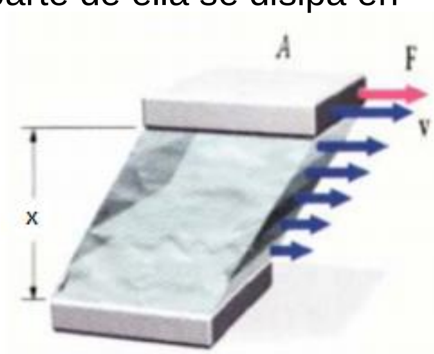
$$p_1 + 1/2 \times \rho \times v_1^2 + \cancel{\rho \times g} \times y_1 = p_2 + 1/2 \times \rho \times v_2^2 + \cancel{\rho \times g} \times y_2$$

Siendo $v_1 < v_2 \Rightarrow p_1 > p_2$

Entonces, la presión lateral aumenta cuando se ensancha el cauce.

<u>FLUIDOS REALES</u>.

Existen fuerzas de rozamiento entre distintas capas de fluido y entre fluido y cauce que se oponen al movimiento. En los fluidos reales, no se conserva la energía mecánica del fluido en movimiento ya que parte de ella se disipa en forma de calor.



La fuerza de rozamiento (F_r) entre capas contiguas de fluido es proporcional al área (A) de contacto entre capas y al gradiente de velocidad ($\Delta v / \Delta x$).

$$F_r = \eta \times A \times \Delta v / \Delta x$$

donde η: coeficiente de viscosidad

Unidades de η = dina $\times$ s / cm^2 = poise Pa $\times$ s = N $\times$ s / m^2

A mayor η mayor es la fuerza de rozamiento y el fluido tiene mayor resistencia a fluir. Para el agua η = 0,01 p, mientras que para la sangre entera es de alrededor de 4,1 cp.

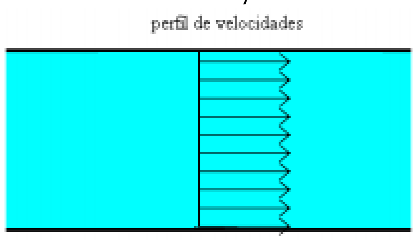
Valores de coeficiente de viscosidad de algunos fluidos.

Fluido	Temperatura (°C)	Coeficiente de viscosidad, η (Pa·s)*
Agua	0	1.8×10^{-3}
	20	1.0×10^{-3}
	100	0.3×10^{-3}
Sangre entera	37	$\approx 4 \times 10^{-3}$
Plasma sanguíneo	37	$\approx 1.5 \times 10^{-3}$
Alcohol etílico	20	1.2×10^{-3}
Aceite de motor (SAE 10)	30	200×10^{-3}
Glicerina	20	$1\,500 \times 10^{-3}$
Aire	20	0.0018×10^{-3}
Hidrógeno	0	0.009×10^{-3}
Vapor de agua	100	0.013×10^{-3}

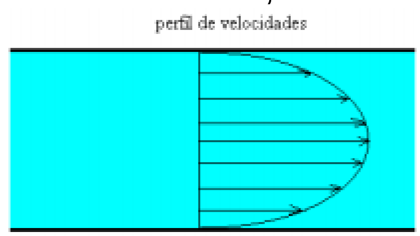
*1 Pa x s = 10 p = 1000 cp

El coeficiente de viscosidad disminuye al aumentar la temperatura.

a. Tubo cilíndrico, fluido ideal



b. Tubo cilíndrico, fluido real

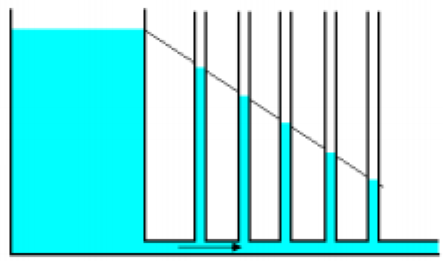


En un fluido ideal, al no existir fuerzas de rozamiento, en cualquier sección transversal de la vena fluida la velocidad de cada capa de fluido es la misma (a), aun cuando puede ser distinta a la velocidad en otra sección de diferente área. En un fluido real, en cambio, se establece un perfil de velocidades que, para el caso de un tubo cilíndrico, es parabólico (b). Para fluidos reales es aplicable la ecuación de continuidad pero en vez de una velocidad única (pues no la hay) se tiene en cuenta la velocidad media o promedio.

Según el Teorema de Bernoulli, un fluido que circula en régimen laminar por una tubería horizontal ($y_1 = y_2$) de sección constante ($v_1 = v_2$) no debe variar su presión:

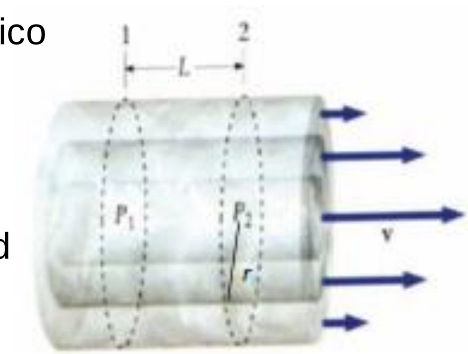
$$p_1 + 1/2 \times \rho \cancel{\times v_1^2} + \rho \times \cancel{g \times y_1} = p_2 + 1/2 \cancel{\times \rho} \times v_2^2 + \rho \times \cancel{g \times} y_2$$

En un fluido real, sin embargo, se observa un descenso de la presión a medida que el fluido circula.



CIRCULACIÓN DE FLUIDOS REALES EN TUBOS CILÍNDRICOS. ECUACIÓN DE POISEUILLE.

Para un fluido real que circula por un cauce cilíndrico en régimen laminar, por integración del perfil de velocidad se obtiene una expresión que relaciona la caída de presión (ΔP) con el caudal (C), la longitud (L) entre dos puntos del recorrido, propiedades geométricas del cauce y la viscosidad (propiedad del fluido real circulante):



$$\boxed{\Delta P = P_1 - P_2 = C \times 8 \times \eta \times L / \pi \times r^4}$$ Ecuación de Poiseuille

$$\Delta P = P_1 - P_2 = C \times 8 \times \eta \times L \times \pi / \pi^2 \times r^4 = C \times 8 \times \eta \times L \times \pi / s^2 = C \times R$$

R: resistencia a la circulación.

$\Delta P = C \times R$ “Ley de Ohm” para la circulación.

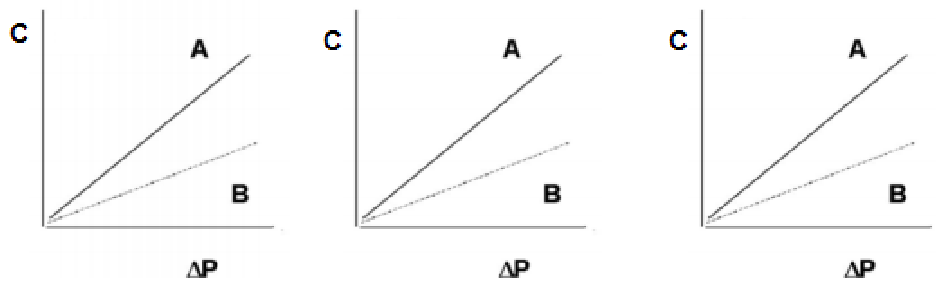
La resistencia a la circulación de un líquido es entonces el cociente entre la diferencia de presión entre dos puntos cualesquiera de una tubería y el caudal: $R = \Delta P / C$ Unidades: poise / cm^3 (c.g.s), UR (unidades de resistencia) cuando la P se expresa en mmHg y el C en ml / s ≡ cm^3 / s.

Para un dado caudal, a mayor resistencia mayor es la caída en la presión.

La resistencia se incrementa con:
- El incremento en la longitud (L).
- El incremento de la viscosidad (η).
- La disminución en la sección (s).

La ecuación de Poiseuille es aplicable para fluidos reales (con viscosidad), circulando por cauces cilíndricos rígidos, en régimen laminar y en los que la viscosidad se mantenga constante e independiente de la velocidad del fluido (Fluidos Newtonianos).

<u>RELACIONES CAUDAL - PRESIÓN PARA TUBOS RÍGIDOS</u>.



Dos fluidos con distinta viscosidad ($\eta_A < \eta_B$)

Mismo fluido circulando por dos cauces de distinta longitud ($L_A < L_B$)

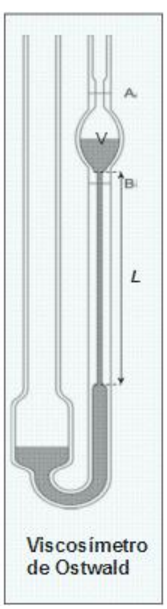
Mismo fluido circulando por dos cauces de distinta sección ($s_A > s_B$)

$\Rightarrow$

Cuando un líquido homogéneo circula por tubos rígidos, la relación entre C y ΔP es lineal y para cualquier ΔP hay flujo de líquido.

¿<u>CÓMO SE MIDE LA VISCOSIDAD</u>?

La determinación se basa en la Ecuación de Poisieulle



Viscosimetro de Ostwald

$$C = V / t = \Delta P \times \pi \times r^4 / 8 \times \eta \times L \qquad V = \Delta P \times \pi \times r^4 \times t / 8 \times \eta \times L$$

ΔP es la diferencia de presiones entre los dos extremos del tubo de longitud L.

Se puede determinar la viscosidad relativa de un líquido respecto a otro cuya viscosidad se conozca, haciendo escurrir en el viscosímetro el mismo volumen V para cada uno de los líquidos, y midiendo los tiempos de escurrimiento t, entonces:

$$\frac{\Delta P_1 \times \pi \times r^4 \times t_1}{8 \times \eta_1 \times L} = \frac{\Delta P_2 \times \pi \times r^4 \times t_2}{8 \times \eta_2 \times L}$$

$$\frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \frac{t_1 \times \eta_2}{t_2 \times \eta_1}$$

Dado que la fuerza de gravedad es la que impulsa la circulación del fluido el ΔP es proporcional a la del δ o al ρ del líquido, en consecuencia:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{t_1 \times \eta_2}{t_2 \times \eta_1}$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{t_2 \times \rho_2}{t_1 \times \rho_1}$$

NÚMERO DE REYNOLDS.

Es un valor (un número adimensional) que permite deducir el carácter laminar o turbulento del régimen de circulación de un líquido por un tubo recto de sección circular uniforme:

$$N_R = v \times \delta \times r / \eta$$

Si las propiedades incluidas en el N_R son expresadas en unidades del sistema c.g.s., el criterio para decidir si el régimen de circulación es laminar o turbulento es:

$N_R < 1000 \Rightarrow$ régimen laminar
$N_R > 1000 \Rightarrow$ régimen turbulento
$N_R = 1000 \Rightarrow$ régimen laminar crítico

PRÁCTICO N°1.

De una manguera sale un chorro de agua a razón de 20 cm / seg. Si se reduce área del orificio de salida del agua a 1 / 4 de su valor inicial ¿Con qué rapidez sale ahora el chorro de agua?

Sea A_1 el área de salida del chorro inicial y A_2 el área de salida final del chorro.

$$A_1 = 4 \times A_2$$

$$Q = A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$$

$$v_2 = (A_1 \times v_1) / A_2 = (4 \times A_2 \times v_1) / A_2 = 4 \times v_1$$

$$v_2 = 4 \times v_1 = 4 \times 20 \text{ cm / seg} = 80 \text{ cm / seg}$$

PRÁCTICO N°2.

A través de una manguera de sección circular de diámetro interior de 2 cm, fluye un caudal de agua de 0,25 litros por segundo. ¿Cuál es la velocidad del agua en la manguera? El orificio de la boquilla de la manguera es de 1 cm de diámetro interior.

¿Cuál es la velocidad de salida del agua?

$$Q = V / \Delta t = A \times v$$

$$Q = A_1 \times v_1 \Rightarrow v_1 = Q / A_1 = 2{,}5 \times 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{seg} / 3{,}14 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 0{,}796 \text{ m / seg}$$

$$Q = 0{,}25 \text{ lt / seg} = 0{,}25 \text{ lt / seg} \times (1 \text{ m}^3 / 1000 \text{ lt}) = 2{,}5 \times 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{seg}$$

$$A_1 = \pi \times D_1^2 / 4 = \pi \times (0{,}02 \text{ m})^2 / 4 = 3{,}14 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$Q = A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2 \Rightarrow v_2 = Q / A_2$$

$$A_2 = \pi \times D_2^2 / 4 = \pi \times (0{,}01 \text{ m})^2 / 4 = 7{,}85 \times 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$v_2 = 2{,}5 \times 10^{-4} \text{ m}^3 / \text{seg} / 7{,}85 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 3{,}18 \text{ m / seg}$$

En este ejemplo se puede observar que al disminuir el diámetro de la boquilla se logra que el agua salga con una velocidad que permite regar a distancias convenientes. Note que ha disminuido el diámetro a la mitad, sin embargo la velocidad ha aumentado 4 veces, debido a la relación cuadrática de las áreas.

PRÁCTICO N°3.

Fluye agua por un tubo circular de sección transversal variable, llenándolo en todos sus puntos.

(a) En un punto el radio del tubo de 0,15 m ¿Qué rapidez tiene el agua en este punto si la razón de flujo de volumen en el tubo es de 1,20 m^3 / seg.

(b) En otro punto, la rapidez del agua es de 3,8 m / seg. ¿Qué radio tiene el tubo en este punto?

$$Q = A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$$

$$v_1 = Q / A_1 = (1{,}20\ m^3 / seg) / \pi \times (0{,}3\ m)^2 / 4 = 16{,}9\ m / seg$$

$$Q = A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$$

$$(\pi \times D_1^2 / 4) \times v_1 = (\pi \times D_2^2 / 4) \times v_2$$

$$D_1^2 \times v_1 = D_2^2 \times v_2$$

$$D_2 = D_1 \times \sqrt{v_1 / v_2}$$

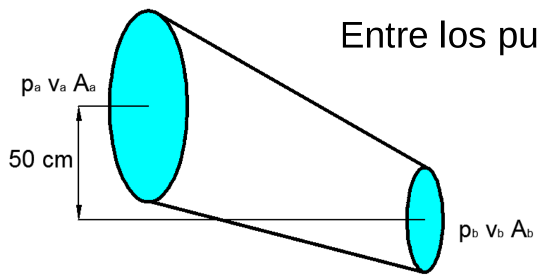
$$D_2 = 0{,}3\ m \times \sqrt{(16{,}9\ m / seg) / (3{,}8\ m / seg)}$$

$$D_2 = 0{,}63\ m$$

PRÁCTICO N°4.

Por una tubería inclinada circula agua a razón de 9 m^3 / min. En a el diámetro es 30 cm y la presión es de 1 Kgf / cm^2.

¿Cuál es la presión en el punto b sabiendo que el diámetro es de 15 cm y que el centro de la tubería se halla 50 cm más bajo que en a?



Entre los puntos a y b se aplica la ecuación de continuidad:

$$Q = A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$$

para calcular las velocidades en a y en b:

$$Q = 9\ m^3 / min \times (1\ min / 60\ seg) = 0{,}15\ m^3 / seg$$

$$A_a = \pi \times D_a^2 / 4 = \pi \times (0{,}3\ m)^2 / 4 = 0{,}0706\ m^2$$

$$v_a = Q / A_a = 0{,}15\ m^3 / seg / 0{,}0706\ m^2 = 2{,}125\ m / seg = 212{,}5\ cm / seg$$

$A_b = \pi \times D_b^2 / 4 = \pi \times (0{,}15\ m)^2 / 4 = 0{,}0176\ m^2$

$v_b = Q / A_b = 0{,}15\ m^3 / seg / 0{,}0176\ m^2 = 8{,}522\ m / seg = 852{,}2\ cm / seg$

Densidad del agua $\rho = 1\ gr / cm^3$

Peso específico del agua $\delta = 9800\ N / m^3$

Relación entre Densidad y Peso específico. $\boxed{\delta = \rho \times g}$

$p_a = 1\ Kgf / cm^2 \times 10000\ cm^2 / 1\ m^2 \times 9{,}8\ N / Kgf = 98000\ N / m^2$

$$p_a / \delta + v_a^2 / (2 \times g) + y_a = p_b / \delta + v_b^2 / (2 \times g) + \cancel{y_b}$$

$98000\ N / m^2 / 9800\ N / m^3 + (2{,}125\ m / seg)^2 / 2 \times 9{,}8\ m / seg^2 + 0{,}5\ m =$

$= p_b / \delta + (8{,}522\ m / seg)^2 / 2 \times 9{,}8\ m / seg^2$

$10\ m + 0{,}5\ m + 0{,}23\ m = p_b / \delta + 3{,}7\ m$

$p_b = 7{,}03\ m \times \delta = 7{,}03\ m \times 9800\ N / m^3 = 68894\ N / m^2$

$p_b = 68894\ N / m^2$

<u>PRÁCTICO N°5</u>.
Un tubo que conduce un fluido incompresible de densidad $1{,}3 \times 10^3\ Kg / m^3$ es horizontal en $h_0 = 0$ m. Para evitar un obstáculo, el tubo se debe doblar hacia arriba, hasta alcanzar una altura de $h_1 = 1$ m. El tubo tiene área transversal constante. Si la presión en la sección inferior es $p_0 = 1{,}5$ atm calcule la presión p_1 en la parte superior.

Según la ecuación de continuidad, al tener área transversal constante, no debe cambiar la velocidad del fluido en su interior, por tanto:

$$v_0 = v_1 = v$$

Aplicando Bernouilli a puntos en la parte superior y la parte inferior, se tiene:

$$p_0 + 1 / \cancel{2 \times \rho} \times v_0^2 + \rho \times g \times y_0 = p_1 + 1 / \cancel{2 \times \rho} \times v_1^2 + \rho \times g \times y_1$$

$$p_0 + \rho \times g \times y_0 = p_1 + \rho \times g \times y_1$$

$$p_1 = p_0 + \rho \times g \times (y_0 - y_1)$$

$$p_0 = 1{,}5 \text{ atm} = 1{,}5 \times (1{,}01 \times 10^5) \text{ Pa} = 151500 \text{ Pa}$$

$$p_1 = 151500 \text{ Pa} + 1{,}3 \times 10^3 \text{ Kg / m}^3 \times 9{,}8 \text{ m / seg}^2 \times (0 - 1) \text{ m}$$

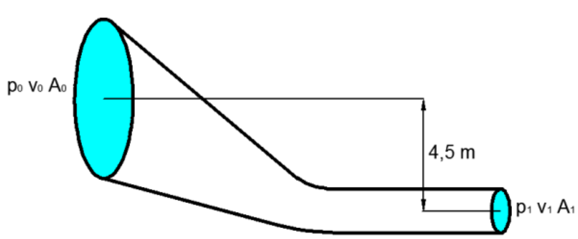
$$p_1 = 151500 \text{ Pa} + 1{,}3 \times 10^3 \text{ Kg / m}^3 \times 9{,}8 \text{ m / seg}^2 \times (0 - 1) \text{ m}$$

$$p_1 = 138760 \text{ Pa}$$

$$p_1 = 1{,}374 \text{ atm}$$

La presión bajó desde 1,5 atm hasta 1,38 atm.
Esta conclusión parece contradecir lo encontrado en el efecto Venturi, donde las presiones eran inversamente proporcionales a las velocidades. Sin embargo, ha de recordarse que aquel era cierto bajo la restricción de líneas de flujo horizontales, en las que no hubiera diferencias significativas en la energía potencial del fluido en movimiento.

PRÁCTICO N°6.
Un fluido incompresible fluye de izquierda a derecha por un tubo cilíndrico. La densidad de la sustancia es de 105 utm / m^3. Su velocidad en el extremo de entrada es v_0 = 1,5 m / seg, y la presión allí es de p_0 = 1,75 Kgf / cm^2, y el radio de la sección es r_0 = 20 cm. El extremo de salida está 4,5 m abajo del extremo de entrada y el radio de la sección allí, es r_1 = 7,5 cm. Encontrar la presión p_1 en ese extremo.



La presión se puede encontrar mediante la ecuación de Bernouilli, pero previamente necesitaremos calcular la velocidad v_1 con la ecuación de continuidad.

$$Q = A_0 \times v_0 = A_1 \times v_1$$

$$v_1 = A_0 \times v_0 / A_1$$

$$v_1 = (\pi \times D_0^2 / 4) \times v_0 / (\pi \times D_1^2 / 4)$$

$$v_1 = (D_0^2 \times v_0) / D_1^2 = [(0{,}40 \text{ m})^2 \times 1{,}5 \text{ m / seg}] / (0{,}15 \text{ m})^2 = 10{,}66 \text{ m / seg}$$

$$p_0 + 1 / 2 \times \rho \times v_0^2 + \rho \times g \times y_0 = p_1 + 1 / 2 \times \rho \times v_1^2 + \rho \times g \times y_1$$

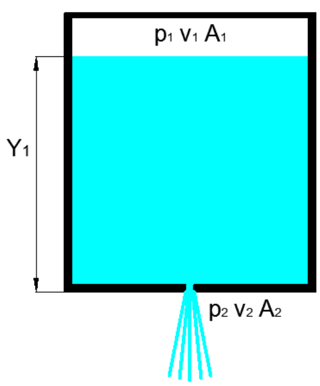
$$p_1 = p_0 + 1 / 2 \times \rho \times (v_0^2 - v_1^2) + \rho \times g \times (y_0 - y_1)$$

$p_1 = 1{,}75 \times 10^{-4}$ Kgf / m^2 + 1 / 2 $\times$ 105 utm / m^3 $\times$ [(1,5 m / seg)^2 - (10,7 m / seg)^2

+ 105 utm / m^3 $\times$ 9,8 m / seg^2 $\times$ (4,5 m)

$p_1 = 16238$ Kgf / m^2

PRÁCTICO N°7.
Un tanque cilíndrico de 1,2 m de diámetro se llena hasta 0,3 m de profundidad con agua.
El espacio encima del agua está ocupado con aire, comprimido a la presión de 2,026 $\times$ 10^5 N/m^2.
De un orificio en el fondo se quita un tapón que cierra un área de 2,5 cm^2.
Calcular la velocidad inicial de la corriente que fluye a través de este orificio.



$$p_1 + 1 / 2 \times \rho \times v_1^2 + \rho \times g \times y_1 = p_2 + 1 / 2 \times \rho \times v_2^2 + \rho \times g \times y_2$$

Podemos suponer $v_1 = 0$ y $y_2 = 0$, siendo referencia.

$$p_{atm} = 1{,}013 \times 10^5 \text{ N / m}^2$$

$$v_2^2 = 2 \times (p_1 - p_2) / \rho + 2 \times g \times y_1$$

$v_2^2 = 2 \times$ [(2,026 $\times$ 10^5 - 1,013 $\times$ 10^5) N / m^2] / 1000 Kg / m^3 + 2 $\times$ 9,8 m / seg^2 $\times$

$\times$ 0,3 m = 208,48 m^2 / seg^2

$v_2 = 14{,}44$ m / seg

PRÁCTICO N°8.
Una cubeta cilíndrica abierta por arriba tiene 25 cm de altura y 10 cm de diámetro. Se hace un agujero circular con área de 1,5 cm^2 en el centro del fondo de la cubeta. Se está vertiendo agua en la cubeta mediante un tubo que está arriba a razón de 2,4 $\times$ 10^{-4} m^3 / seg.

¿A qué altura subirá el agua en la cubeta?

La máxima altura a la que sube el agua dentro de la cubeta ocurre cuando el caudal de entrada del agua a la cubeta sea igual al caudal de salida por el agujero del fondo.

$$Q_0 = Q_1 = A_0 \times v_0 = A_1 \times v_1$$

$$v_0 = Q_0 / A_0 = 2{,}4 \times 10^{-4}\ m^3 / seg / 1{,}5 \times 10^{-4}\ m^2 = 1{,}6\ m / seg$$

$$p_0 + 1 / 2 \times \rho \times v_0^2 + \rho \times g \times y_0 = p_1 + 1 / 2 \times \rho \times v_1^2 + \rho \times g \times y_1$$

$$\text{Si } p_0 = p_1;\ v_1 = 0 \text{ y } y_0 = 0$$

$$1 / 2 \times \rho \times v_0^2 = \rho \times g \times y_1$$

$$1 / 2 \times v_0^2 = g \times y_1$$

$$y_1 = v_0^2 / 2 \times g = (1{,}6\ m / seg)^2 / 2 \times 9{,}8\ m / seg^2$$

$$y_1 = 0{,}131\ m = 13{,}1\ cm$$

CONCEPTOS FUNDAMENTALES. UNIDADES.

∴ Peso específico: es el peso por unidad de volumen. $\delta = P / V$ (N / m^3)

El peso específico varía con la temperatura tanto para líquidos como para gases. Dicha variación depende del tipo de fluido.

∴ Densidad: es la masa por unidad de volumen. $\rho = m / V$ (Kg / m^3)

La densidad también varía con la temperatura.

∴ Relación entre Peso específico y Densidad. $\delta = \rho \times g$

g. Aceleración de la gravedad.

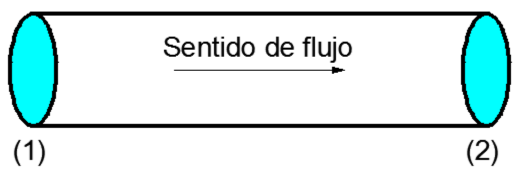
∴ Volumen específico: es el volumen por la unidad de peso.

$V_{esp} = 1 / \delta = (m^3 / N)$

Ejemplo.

Sección constante. Q = cte; v = cte, $y_1 = y_2$.

La pérdida de energía se visualiza como la caída de presión $p_1 > p_2$.



y_1; p_1; Q (v_1); ρ $\qquad$ y_2; p_2; Q (v_2); ρ

$$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

Energía de Presión — Energía de Cota — Energía Cinética

Energía Mecánica en 1

Energía de Presión — Energía de Cota — Energía Cinética

Energía Mecánica en 2

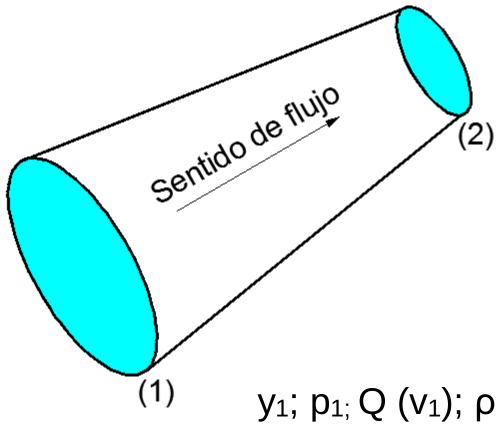
Pérdidas de energía entre las secciones 1 y 2

Como $y_1 = y_2$ y $v_1 = v_2$

$$p_1 / \delta - H_{r12} = p_2 / \delta$$

$$H_{r12} = p_1 / \delta - p_2 / \delta$$

Ejemplo.



y_2; p_2; Q (v_2); ρ

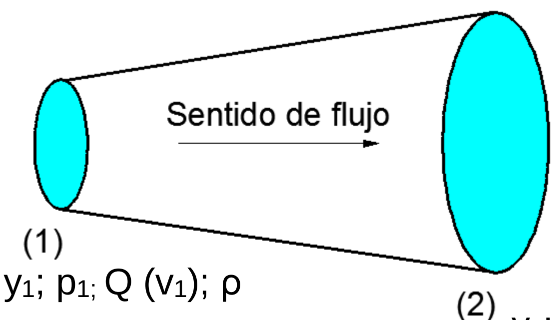
Tomar $y_1 = 0$ Nivel de referencia

y_1; p_1; Q (v_1); ρ

$$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

$$p_1 / \delta + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

Aunque algunos de los términos de la energía mecánica total en la sección 2 aumenten (energía de cota y energía cinética) ésta siempre disminuirá en el sentido del flujo debido a las pérdidas.



y_1; p_1; Q (v_1); ρ

y_2; p_2; Q (v_2); ρ

$y_1 = y_2$
$v_1 > v_2$
$p_1 < p_2$

La ganancia de presión en la sección 2 resulta menor que la disminución de energía cinética.
La energía mecánica total a la entrada será mayor que la energía mecánica total a la salida.

$$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

Energía Mecánica Total en Sección 1 Energía Mecánica Total en Sección 2

Pérdidas de energía entre las secciones 1 y 2

ECUACIÓN GENERALIZADA DE BERNOULLI.

La ecuación de Bernoulli se modifica cuando se consideran las máquinas que aumentan la energía del fluido (Bombas para líquidos y Ventiladores para gases) y máquinas que disminuyen la energía del fluido (Turbinas para líquidos).
Una Bomba absorbe energía mecánica en su eje del motor que la acciona y entrega energía hidráulica al líquido que la atraviesa es decir que el líquido a la salida de la bomba tiene mayor energía mecánica que a la entrada de esta.
El Ventilador cumple la misma función que la Bomba pero el fluido al cual incrementa la energía a la salida son los gases.
La Turbina absorbe energía del fluido que la atraviesa haciendo que disminuya la energía mecánica de este a la salida y entrega en su eje energía mecánica.

$$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} + \Sigma H_B - \Sigma H_T = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

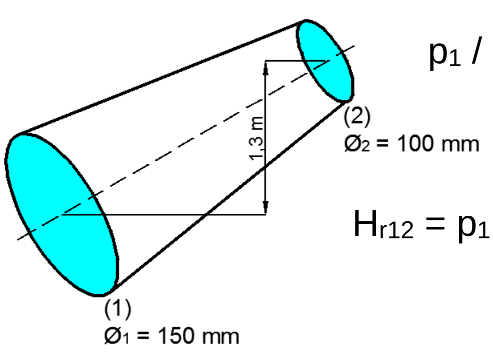
Sumatorias de energías entregadas por bombas

Sumatorias de energías cedidas a turbinas

La energía mecánica total del fluido en la sección 1 menos las pérdidas entre las secciones 1 y 2 más la energía suministrada por las Bombas conectadas entre las secciones 1 y 2 menos la energía cedida a las turbinas conectadas entre las secciones 1 y 2 resultará igual a la energía mecánica total del fluido en la sección 2.

PRÁCTICO N°9.

Se representa una tubería por la que circula un fluido de densidad $\rho = 800 \text{ kg} / \text{m}^3$. Las presiones manométricas en 1 y 2 valen $p_1 = 5 \text{ kgf} / \text{cm}^2$ y $p_2 = 4 \text{ kgf} / \text{cm}^2$. Calcular las pérdidas entre dichas secciones si el caudal circulante es 5 lts / seg.
¿Cuál debería ser la presión en la sección 2 expresada en metros de columna de fluido (mcf) si no existiesen pérdidas



$$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

$$H_{r12} = p_1 / \delta + Q^2 / (A_1^2 \times 2 \times g) - p_2 / \delta - y_2 - Q^2 / (A_1^2 \times 2 \times g)$$

$H_{r12} = p_1 / (\rho \times g) + Q^2 / (A_1^2 \times 2 \times g) - p_2 / (\rho \times g) - y_2 - Q^2 / (A_1^2 \times 2 \times g)$

$H_{r12} = 62{,}5\ m + 0{,}0041\ m - 50\ m - 1{,}3\ m - 0{,}02067\ m$

$H_{r12} = 11{,}1835\ m$

Si $H_{r12} = 0$

$p_2 = p_1 + Q^2 \times \rho / (2 \times \pi^2 \times r_1^4) - \rho \times g \times y_2 - Q^2 \times \rho / (2 \times \pi^2 \times r_2^4)$

$p_2 = 490000\ N / m^2 + (0{,}005\ m^3 / seg)^2 \times 800\ kg / m^3 / [2 \times \pi^2 \times (0{,}075\ m)^4] -$

$- 800\ kg / m^3 \times 9{,}8\ m / seg^2 \times 1{,}3\ m - (0{,}005\ m^3 / seg)^2 \times 800\ kg / m^3 / [2 \times \pi^2 \times$

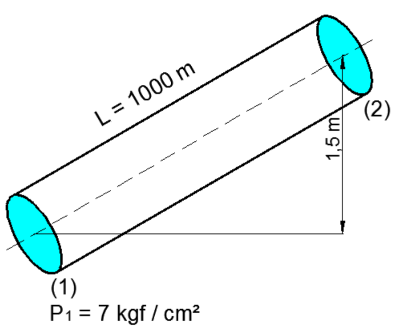
$\times (0{,}05\ m)^4]$

$p_2 = 479677{,}91\ N / m^2$

$h = p / \delta = p / (\rho \times g) = 479677{,}91\ N / m^2 / (800\ kg / m^3 \times 9{,}8\ m / seg^2)$

$h = 61{,}18$ mcf

<u>PRÁCTICO N°10</u>.
La cañería transporta agua a 20 °C ($\delta = 9800\ N / m^3$). Determinar la presión en la sección 2 si las pérdidas ascienden a 0,016 mca por metro lineal de tubería.



$Q = 22{,}08$ lts / seg   Diámetro 150 mm

$H_{r12} = 0{,}016$ mca / m $\times$ 1000 m = 16 mca

$y_1 = 0;\ v_1 = v_2$

$p_1 = 7\ kgf / cm^2 \times 9800\ N / kgf \times 10000\ cm^2 / 1\ m^2$

$p_1 = 686000\ N / m^2$

$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$

$$p_2 = \delta \times (p_1 / \delta - H_{r12} - y_2) = p_1 - \delta \times (H_{r12} + y_2)$$

$p_2 = 686000\ N / m^2 - 9800\ N / m^3 \times (16\ mca + 1{,}5\ m) = 514500\ N / m^2$

$p_2 = 514500\ N / m^2 = 5{,}25\ kgf / cm^2$

PRÁCTICO N°11.

Una bomba centrífuga desplaza un caudal Q = 3 lts / seg de agua. La tubería de aspiración tiene un diámetro interior de150 mm y la de impulsión de 100 mm. Un manómetro diferencial de columna de líquido conectado entre la entrada y la salida de la bomba indica una lectura de 150 mm de columna de mercurio ($\delta = 13600\ kgf / m^3$).
Calcular en kw la potencia suministrada por la bomba al agua.
Determinar la potencia del motor de accionamiento de la bomba si el rendimiento de esta asciende a 0,7.

$$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) + H_B - H_{r12} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$$

$y_1 = y_2$, $H_{r12} = 0$

$H_B = (p_2 - p_1) / \delta + (v_2^2 - v_1^2) / (2 \times g)$

$H_B = 19992\ N / m^2 / 9800\ N / m^3 + [(3{,}82\ m / seg)^2 - (1{,}698\ m / seg)^2] / 2 \times 9{,}8\ m$

$/ seg^2$

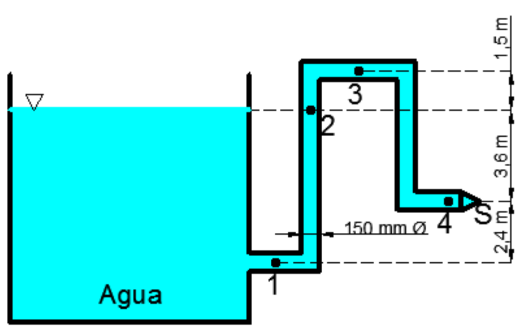
$H_B = 2{,}04\ m + 0{,}597\ m = 2{,}637\ m$

$\Delta p = (p_2 - p_1) = \delta \times h = 0{,}15\ mcHg \times 13600\ kgf / m^3 \times 9{,}8\ N / kgf = 19992\ N / m^2$

$v_1 = Q / A_1 = 0{,}03\ m^3 / seg \times 4 / \pi \times (0{,}15\ m)^2 = 1{,}698\ m / seg$

$v_2 = Q / A_2 = 0{,}03\ m^3 / seg \times 4 / \pi \times (0{,}1\ m)^2 = 3{,}82\ m / seg$

PRÁCTICO N°12.



Para el sifón de la figura determine el caudal desaguado y la presión en los puntos 1, 2, 3, 4.
La presión barométrica local vale 10,33 mca.
El fluido circulante es agua.
Diámetro del chorro 50 mm.
Se desprecian las pérdidas.

$$p_\nabla / \delta + y_\nabla + v_\nabla^2 / (2 \times g) = p_s / \delta + y_s + v_s^2 / (2 \times g)$$

$p_{\nabla} = p_s$, $v_{\nabla} = 0$

$v_s = \sqrt{2 \times g \times (y_{\nabla} - y_s)} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \text{ m / seg}^2 \times (6 \text{ m} - 2{,}4 \text{ m})} = 8{,}4 \text{ m / seg}$

$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) = p_s / \delta + y_s + v_s^2 / (2 \times g)$

$y_1 = 0$

$p_1 / \delta = p_s / \delta + y_s + (v_s^2 - v_1^2) / (2 \times g)$

$p_1 / \delta = 10{,}33 \text{ mca} + 2{,}4 \text{ m} + [(8{,}4 \text{ m / seg})^2 - (0{,}934 \text{ m / seg})^2] / 2 \times 9{,}8 \text{ m / seg}^2$

$p_1 / \delta = 16{,}285 \text{ m}$

$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$

$y_1 = 0$; $v_1 = v_2$

$p_2 / \delta = p_1 / \delta - y_2$

$p_2 / \delta = 16{,}285 \text{ m} - 6 \text{ m}$

$p_2 / \delta = 10{,}285 \text{ m}$

$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) = p_3 / \delta + y_3 + v_3^2 / (2 \times g)$

$y_1 = 0$; $v_1 = v_3$

$p_3 / \delta = p_1 / \delta - y_3$

$p_3 / \delta = 16{,}285 \text{ m} - 7{,}5 \text{ m}$

$p_3 / \delta = 8{,}785 \text{ m}$

$p_1 / \delta + y_1 + v_1^2 / (2 \times g) = p_4 / \delta + y_4 + v_4^2 / (2 \times g)$

$y_1 = 0$; $v_1 = v_4$

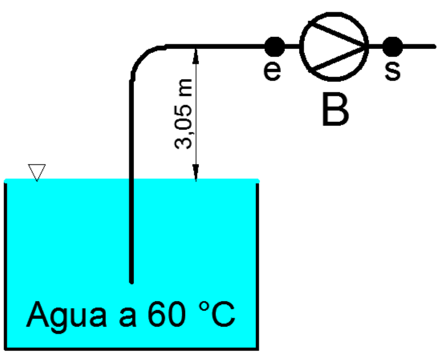
$p_4 / \delta = p_1 / \delta - y_4$

$p_4 / \delta = 16,285 \text{ m} - 2,4 \text{ m}$

$p_4 / \delta = 13,885 \text{ m}$

PRÁCTICO N°13.
Una bomba centrífuga desplaza un caudal Q = 0,01672 m^3 / seg de agua a 60 °C, δ = 9600 N / m^3. Un vacuómetro conectado en e indica una presión de - 5,58 mcf, en tanto un manómetro conectado en s indica 2,5 kgf / cm^2.
El rendimiento de la bomba es - 0,75.
La presión barométrica local es 762 mm Hg.
La tubería de aspiración tiene 78 mm de diámetro interior.
Determinar:

- × Potencia en Kw suministrada al fluido.
- × Longitud máxima que puede tener la tubería de aspiración.
- × Energía total de fluido en los puntos e y s. Verificar que la diferencia entre ambas sea la altura manométrica de la bomba.



Pérdidas en tubería de aspiración $Hr_{\nabla e}$
$Hr_{\nabla e} = 0,03 \times (L / D) \times (v^2 / 2 g)$
L. largo de la tubería.
D. diámetro de la tubería.

$p_e / \delta + y_e + v_e^2 / (2 \times g) + H_B = p_s / \delta + y_s + v_s^2 / (2 \times g)$

$y_e = y_s \; ; \; v_e = v_s$

$H_B = p_s / \delta - p_e / \delta = 25,52 \text{ mcf} + 5,58 \text{ mcf} = 31,1 \text{ mcf}$

$p_s / \delta = 2,5 \text{ kgf} / cm^2 \times 9,8 \text{ N} / \text{kgf} \times 10000 \text{ cm}^2 / 1 \text{ m}^2 \times 1 \text{ m}^3 / 9600 \text{ N} = 25,52 \text{ mcf}$

$P_{ABS} = Q \times \delta \times H_B / (1000 \times \eta)$

$P_{ABS} = 0,01672 \text{ m}^3 / \text{seg} \times 9600 \text{ N} / \text{m}^3 \times 31,1 \text{ mcf} / (1000 \times 0,75) = 6,656 \text{ Kw}$

$p_\nabla / \delta + y_\nabla + v_\nabla^2 / (2 \times g) - H_{r\nabla e} = p_e / \delta + y_e + v_e^2 / (2 \times g)$

$y_\nabla = 0 \; ; \; v_\nabla = 0$

p_∇ / δ - $H_{r\nabla e}$ = p_e / δ + y_e + v_e^2 / (2 x g)

p_∇ / δ - 0,03 x (L / D) x (v^2 / 2 g) = p_e / δ + y_e + v_e^2 / (2 x g)

L = [p_∇ / δ - p_e / δ - y_e - v_e^2 / (2 x g)] x 2 x g x D / (0,03 x v^2)

0,760 mcHg → 10,33 mca
0,762 mcHg → 10,357 mca

v = Q / A = 0,01672 m^3 / seg x 4 / π x $(0,078\ m)^2$ = 3,5 m / seg

L = 10,357 mca + 5,58 mca - 3,05 m - [$(3,5\ m / seg)^2$ / (2 x 9,8 m / seg)] x

x 2 x 9,8 m / seg x 0,078 m / [0,03 x $(3,5\ m / seg)^2$]

L = 51 mca

E_e = p_e / δ + y_e + v_e^2 / (2 x g)

E_e = - 5,58 mca + 3,05 m + [$(3,5\ m / seg)^2$ / (2 x 9,8 m / seg)] = - 1,9053 m

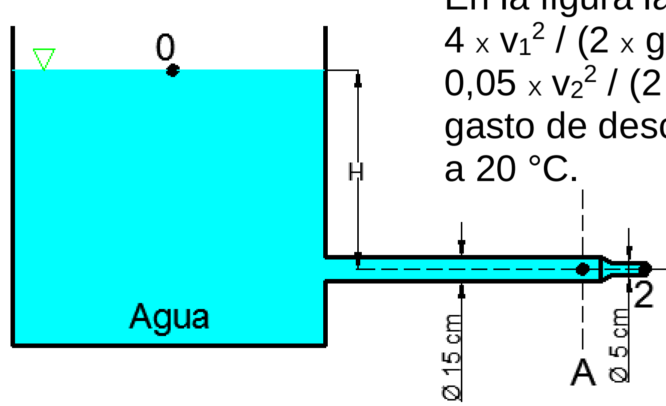
E_s = p_s / δ + y_s + v_s^2 / (2 x g)

E_s = 25,52 mca + 3,05 m + [$(3,5\ m / seg)^2$ / (2 x 9,8 m / seg)] = 29,19 m

H_B = E_s - E_e = 29,19 m + 1,9053 m = 31,1 m

<u>PRÁCTICO N°14</u>.

En la figura las pérdidas hasta la sección A valen 4 x v_1^2 / (2 x g) y las pérdidas en la boquilla valen 0,05 x v_2^2 / (2 x g). Determine la presión en A y el gasto de descarga si H = 8 m y el fluido es agua a 20 °C.



Bernoulli entre 0 y 2

$p_0 / \delta + y_0 + v_0^2 / (2 \times g) + H_{0A} + H_{A2} = p_2 / \delta + y_2 + v_2^2 / (2 \times g)$

$p_0 = p_2$, $v_0 = 0$, $y_2 = 0$

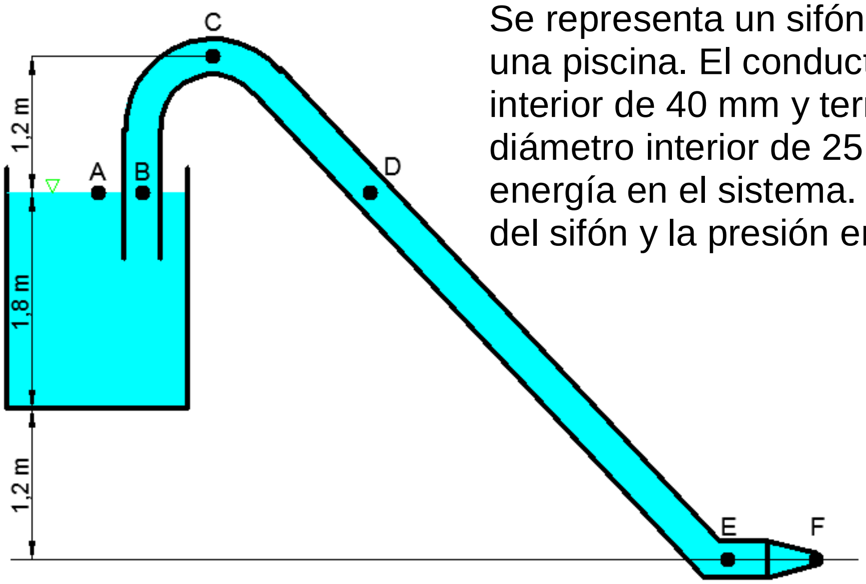
$y_0 + H_{0A} + H_{A2} = v_2^2 / (2 \times g)$

$y_0 + 4 \times v_0^2 / (2 \times g) + 0{,}05 \times v_2^2 / (2 \times g) = v_2^2 / (2 \times g)$

$Q_0 = Q_2 = D_0^2 \times v_0 = D_2^2 \times v_2$

PRÁCTICO N°15.

Se representa un sifón para sacar agua de una piscina. El conducto tiene un diámetro interior de 40 mm y termina en una boquilla de diámetro interior de 25 mm. No hay pérdidas de energía en el sistema. Calcular el flujo a través del sifón y la presión en los puntos B, C, D, E.



Bernoulli entre A y F

$p_A / \delta + y_A + v_A^2 / (2 \times g) = p_F / \delta + y_F + v_F^2 / (2 \times g)$

$p_A = p_F$, $v_A = 0$, $y_F = 0$

$y_A = v_F^2 / (2 \times g)$

$v_F = \sqrt{2 \times g \times y_A} = \sqrt{2 \times 9{,}8 \text{ m / seg}^2 \times 3 \text{ m}} = 7{,}67 \text{ m / seg}$

$Q_F = A_F \times v_F = 0{,}00049 \text{ m}^2 \times 7{,}67 \text{ m / seg} = 0{,}00376 \text{ m}^3 / \text{seg}$

$A_F = \pi \times D_F^2 / 4 = \pi \times (0{,}025 \text{ m})^2 / 4 = 0{,}00049 \text{ m}^2$

$Q_F = Q_E = 0{,}00376\ m^3 / seg$

$Q_E = A_E \times v_E \rightarrow v_E = Q_E / A_E = 0{,}00376\ m^3 / seg\ / 0{,}00126\ m^2 = 2{,}99\ m / seg$

$A_E = \pi \times D_E^2 / 4 = \pi \times (0{,}040\ m)^2 / 4 = 0{,}00126\ m^2$

$p_A / \delta + y_A + v_A^2 / (2 \times g) = p_E / \delta + y_E + v_E^2 / (2 \times g)$

$p_A = p_F\ ,\ v_A = 0\ ,\ y_E = 0$

$y_A = p_E / \delta + v_E^2 / (2 \times g)$

$p_E / \delta = y_A - v_E^2 / (2 \times g) = 3\ m - [(2{,}99\ m / seg)^2 / (2 \times 9{,}8\ m / seg)]$

$p_E / \delta = 2{,}543\ m$

$p_E = 9800\ N / m^3 \times 2{,}543\ m = 24921\ N / m^2$

$p_D / \delta + y_D + v_D^2 / (2 \times g) = p_E / \delta + y_E + v_E^2 / (2 \times g)$

$v_D = v_E\ ,\ y_E = 0$

$p_D / \delta + y_D = p_E / \delta$

$p_D / \delta = p_E / \delta - y_D = 2{,}543\ m - 3\ m = -\ 0{,}457\ m$

$p_D = 9800\ N / m^3 \times (-\ 0{,}457\ m) = -\ 4479\ N / m^2$

$p_C / \delta + y_C + v_C^2 / (2 \times g) = p_D / \delta + y_D + v_D^2 / (2 \times g)$

$v_C = v_D\ ,\ y_D = 0$

$p_C / \delta + y_C = p_D / \delta$

$p_C / \delta = p_D / \delta - y_C = -\ 0{,}457\ m - 1{,}2\ m = -\ 1{,}657\ m$

$p_D = 9800\ N / m^3 \times (-\ 1{,}657\ m) = -\ 16239\ N / m^2$

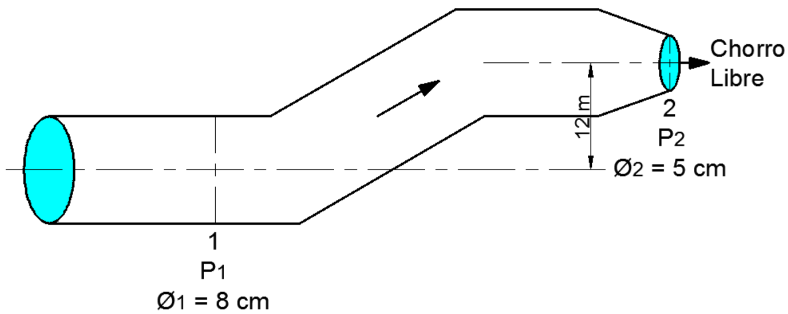
$p_B / \delta + y_B + v_B^2 / (2 \times g) = p_D / \delta + y_D + v_D^2 / (2 \times g)$

$v_B = v_D$, $y_B = y_D$

$p_B / \delta = p_D / \delta = - 0{,}457$ m

$p_B = 9800$ N / m^3 x (- 0,457 m) = - 4479 N / m^2

PRÁCTICO N°16.
Para un caudal circulante de agua de 0,015 m^3 / seg, determinar la presión en el Punto 1 sabiendo que la descarga se realiza libremente a la atmósfera.
$P_{atm} = 1{,}013 \times 10^5$ N / m^2.
Expresar el valor de P_1 en N / m^2.



$$Q = A_1 \times v_1 = A_2 \times v_2$$

$$v_1 = Q / (\pi \times D_1^2 / 4) = 0{,}015 \text{ m}^3 / \text{seg} / [\pi \times (0{,}08 \text{ m}^2) / 4] = 2{,}98 \text{ m / seg}$$

$$v_2 = Q / (\pi \times D_2^2 / 4) = 0{,}015 \text{ m}^3 / \text{seg} / [\pi \times (0{,}05 \text{ m}^2) / 4] = 7{,}64 \text{ m / seg}$$

$$p_1 / \delta + v_1^2 / (2 \times g) + y_1 = p_2 / \delta + v_2^2 / (2 \times g) + y_2$$

$$p_1 / \delta = p_2 / \delta + [(v_2^2 - v_1^2) / (2 \times g)] + (y_2 - y_1)$$

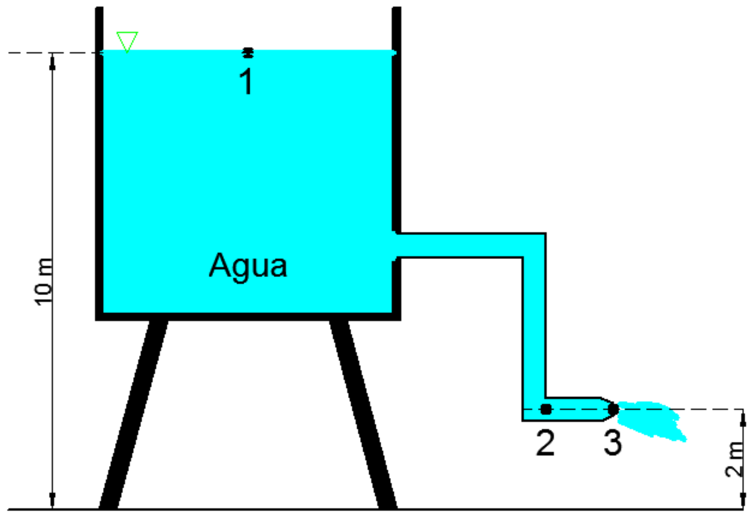
$$p_1 / \delta = [1{,}013 \times 10^5 \text{ N / m}^2 / 9800 \text{ N / m}^3] + 2{,}525 \text{ m} + 12 \text{ m}$$

$$p_1 / \delta = 10{,}337 \text{ m} + 2{,}525 \text{ m} + 12 \text{ m} = 24{,}862 \text{ m}$$

$$p_1 = 24{,}862 \text{ m} \times \delta = 24{,}862 \text{ m} \times 9800 \text{ N / m}^3 = 243647{,}6 \text{ N / m}^2$$

PRÁCTICO N°17.
Fluye continuamente agua de un tanque abierto en su parte superior.
La altura del Punto 1 es de 10 m y la de los Puntos 2 y 3 es de 2 m.
El área transversal del Punto 2 es de 0,0480 m^2, en el Punto 3 es de 0,0160 m^2.

El área del tanque es muy grande en comparación con el área transversal del tubo.
Calcular el caudal de descarga en litros / seg.
Determinar la presión en el punto 2.



$$p_1 / \delta + v_1^2 / (2 \times g) + y_1 = p_3 / \delta + v_3^2 / (2 \times g) + y_3$$

$$p_1 = p_3 = p_{atm} \ ; \ v_1 = 0$$

$$y_1 = v_3^2 / (2 \times g) + y_3$$

$$v_3 = \sqrt{(2 \times g) \times (y_1 - y_3)}$$

$$v_3 = \sqrt{2 \times 9{,}8 \text{ m / seg}^2 \times (10 \text{ m} - 2 \text{ m})} = 12{,}52 \text{ m / seg}$$

$Q = v_3 \times A_3 = 12{,}52 \text{ m / seg} \times 0{,}016 \text{ m}^2 = 0{,}2 \text{ m}^3 / \text{seg}$

$1 m^3 \rightarrow$ 1000 litros
$0{,}2 \ m^3 \rightarrow$ 200 litros

Q = 200 litros / seg

$$p_2 / \delta + v_2^2 / (2 \times g) + y_2 = p_3 / \delta + v_3^2 / (2 \times g) + y_3$$

$$y_2 = y_3 \ ; \ p_3 = p_{atm}$$

$$Q = A_2 \times v_2 = A_3 \times v_3 \rightarrow v_2 = (A_3 \times v_3) / A_2 = (0{,}016 \text{ m}^2 \times 12{,}52 \text{ m / seg}) / 0{,}048 \text{ m}^2$$

$v_2 = 4,17\ m / seg$

$$p_2 / \delta + v_2^2 / (2 \times g) = p_3 / \delta + v_3^2 / (2 \times g)$$

$$p_2 / \delta = p_3 / \delta + (v_3^2 - v_2^2) / (2 \times g)$$

$$p_2 = p_3 + \delta \times [(v_3^2 - v_2^2) / (2 \times g)]$$

$$p_2 = 1,013 \times 10^5\ N / m^2 + 9800\ N / m^3 \times [(139,36\ m^2 / seg^2) / (2 \times 9,8\ m / seg^2)]$$

$$p_2 = 1,013 \times 10^5\ N / m^2 + 69680\ N / m^2$$

$$p_2 = 170980\ N / m^2$$